



*Paisaje 1*

## **Una función de producción agregada para la economía colombiana: características e interacción entre el trabajo calificado, el trabajo no calificado y el capital, 1994–2005.**

*Andrés Ramírez Hassan*

---

*Andrés Ramírez Hassan*

### **Resumen**

En este artículo se enseñan los resultados de las diversas elasticidades del trabajo calificado, el trabajo no calificado y el capital que se obtienen asumiendo una función de producción agregada translogarítmica para la economía colombiana. En general se encuentra que el trabajo calificado ha ganado participación al interior del proceso productivo en detrimento del trabajo no calificado y el capital. En general, los factores productivos son bienes normales, pero el trabajo calificado es el que reacciona más fuertemente ante expansión en el producto. Por otra parte, el trabajo no calificado es el factor productivo que presenta el mayor valor absoluto de la elasticidad precio de la demanda. Finalmente, se evidencia una relación de complementariedad entre el trabajo calificado y los otros dos factores, pero se presenta una relación de sustitubilidad entre el capital y el trabajo no calificado. Este acontecimiento microeconómico, unido al abaratamiento del costo de uso del capital y el encarecimiento del trabajo no calificado explican el poco descenso que ha experimentado la tasa de desempleo en la economía colombiana, pese al buen desempeño macroeconómico reciente.

**Palabras clave:** Función Translogarítmica, Elasticidades, Desempleo.

### **Abstract**

This paper estimates the skilled labor, unskilled labor and capital elasticities when it is assumed a translogarithmic production function for the Colombian economic. It is found that the skilled labor remuneration has raised its participation while the other production factors remuneration have gotten down. In general, the production factors are normal goods, but the skilled labor is the factor that has more reaction to changes to the aggregate production. On the other hand, the unskilled labor is the factor that has the highest price elasticity to the demand in absolute value. Finally, it is found that there is a complementary relation between the skilled labor and the other factors, but there is a substitution relation between the unskilled labor and the capital. These microeconomic facts join to the lower capital cost and the higher unskilled labor price explain the small fall in the unemployment rate while the macroeconomic environment is good.

**Keywords:** Translogarithmic function, Elasticities, Unemployment.

**JEL Classification:** D21

---

# **Una función de producción agregada para la economía colombiana: características e interacción entre el trabajo calificado, el trabajo no calificado y el capital, 1994–2005.**

*Andrés Ramírez Hassan\**

## **Introducción**

Teóricamente, la ley de Okun establece una relación inversa entre la tasa de crecimiento de una economía y la variación de la tasa de desempleo que ésta evidencia. La economía colombiana aparentemente no es una excepción a este precepto teórico, por lo menos la evidencia gráfica lo corrobora para el período 1994 – 2005 (Ver gráfico 1). Sin embargo, analizando un poco más las cifras se ha evidenciado un comportamiento asimétrico en el proceso, específicamente se observa como la tasa de desempleo pasó de 9,6% en el año 1996 a 16,7% en el año 2000, lo cual implica un crecimiento anualizado en dicha variable equivalente al 14,8%. Estas variaciones en el desempleo están asociadas a una tasa de crecimiento promedio de la economía del 0,94% para el período en cuestión (excluyendo el año 1999, la tasa de crecimiento promedio es 2,22%). Por otra parte, el primer lustro del siglo XXI se ha caracterizado por una tasa de crecimiento promedio del 3,37%, la cual ha estado asociada a una variación anualizada

---

\* Departamento de Economía, Universidad EAFIT. Email: [aramir21@eafit.edu.co](mailto:aramir21@eafit.edu.co). Teléfono: 2619549. Medellín, Colombia.

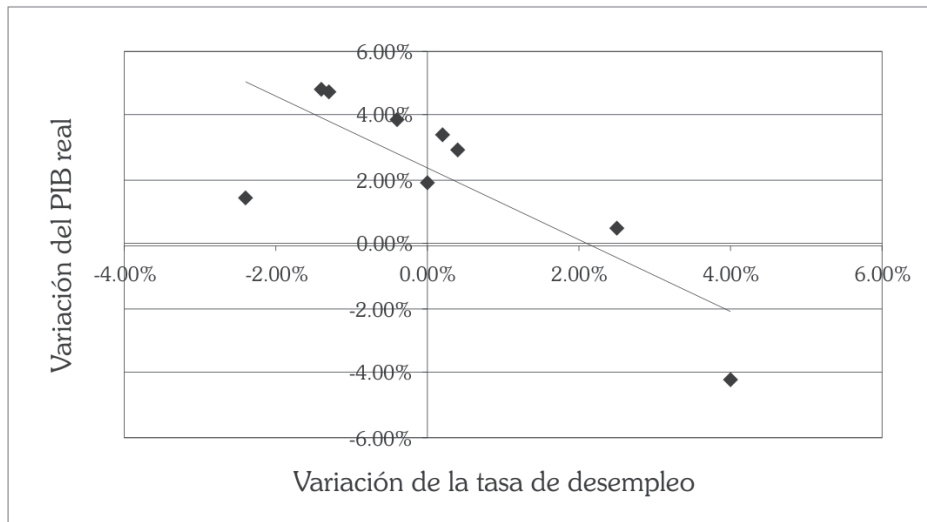
El autor agradece la información suministrada por el Banco de la República sucursal Medellín al respecto de la remuneración de los trabajadores calificados y no calificados que involucra la carga por prestaciones sociales que acarrean los empleadores, sin embargo, hace énfasis en que los comentarios aquí expresados son responsabilidad exclusiva del autor y no debe comprometer a las instituciones aquí mencionadas. Fecha de recepción 17 de enero de 2008. Fecha de aceptación 02 marzo de 2008.

en la tasa de desempleo del  $-5,92\%$ , puesto que la tasa de desempleo pasó del  $14,3\%$  en el año 2001 al  $11,2\%$  en el año 2005. Esta evidencia corrobora en cierta medida que el parámetro de la Ley de Okun no es estable a través del tiempo, sino que éste varía acorde a acontecimientos que circunscriben el mercado de factores productivos. La pregunta que surge es ¿Qué pasa en el mercado de factores productivos que ha ocasionado que la tasa de desempleo de la economía colombiana no descienda a los niveles que se esperarían dadas las tasas de crecimiento económico que se han evidenciado recientemente? La respuesta a esta pregunta tiene connotaciones trascendentales desde el punto de vista del bienestar de los ciudadanos de un país, puesto que los hacedores de política económica se enfrentan ante el dilema de auspiciar un crecimiento económico que sea intenso en capital privado, pero que implique una sustitución de la fuerza de trabajo no calificada y las connotaciones desde el punto de vista de concentración del ingreso que esto entraña, o un crecimiento económico fundamentado en la demanda de trabajo no calificado, pero que no esté acorde a las exigencias en intensidad tecnológica que implica la apertura de los mercados, o un sano equilibrio entre la distribución del ingreso y las exigencias que impone la competencia. Este último escenario es el ideal, pero el más difícil de alcanzar.

El objetivo del presente artículo no es emitir un juicio de valor al respecto de lo que ha venido pasando en la economía colombiana en el primer lustro del presente siglo, sino encontrar los fundamentos microeconómicos que explicarían en cierto grado un acontecimiento macroeconómico evidente, la poca reducción que ha experimentado la tasa de desempleo ante el buen crecimiento económico evidenciado. Para dar respuesta al interrogante esbozado, se parte del supuesto de una función de producción agregada, la cual tiene tres factores productivos: trabajo calificado, trabajo no calificado y capital. A partir de ésta se estiman las elasticidades precio de la demanda de factores productivos, las elasticidades gasto de dicha demanda y las múltiples elasticidades de sustitución entre dichos factores. Esta caracterización permitirá obtener algunas conclusiones al respecto de lo que puede estar pasando en el proceso productivo colombiano.

**Gráfico 1.**

Ley de Okun: variación del Producto Interno Bruto (PIB) real versus variación de la tasa de desempleo, Colombia, 1994 – 2005.



Fuente. Cálculo propios a partir de información obtenida en el DANE.

Para la economía colombiana son varios los trabajos que han analizado el tema de las elasticidades de los factores productivos (ver anexo, tabla A10). Zerda (1997) se fundamenta en un modelo de ajuste parcial para estimar las elasticidades de la demanda de trabajo ante variaciones en el salario y en el producto, el autor encuentra que estas elasticidades son  $-0,55$  y  $0,02$ , respectivamente. Lo anterior para el período 1974 – 1996, utilizando datos de la Encuesta Anual Manufacturera. Roberts y Skoufias (1997) estiman las elasticidades de largo plazo de la demanda de trabajo calificado y no calificado en la industria manufacturera colombiana a través de datos de panel con variables instrumentales, los autores encuentran que la elasticidad de la demanda de trabajo calificado con respecto al producto y el salario son  $0,89$  y  $-0,42$ , respectivamente. Mientras que las elasticidades del trabajo no calificado con respecto al producto y al salario son  $0,76$  y  $-0,65$ . Cárdenas, Bernal y Gutiérrez (1998) utilizan un modelo generalizado de Leontief para estimar las elasticidades del trabajo calificado y no calificado para las siete áreas metropolitanas de Colombia. La elasticidad del trabajo no calificado respecto al salario es  $-0,51$  y  $-0,44$  para el trabajo calificado,

esto para el período 1992 – 1996. Además estos autores encuentran que la elasticidad de sustitución entre los factores productivos mencionados es 0,93. En este mismo trabajo, los autores implementaron la metodología de datos de panel con variables instrumentales, para este ejercicio se encontró en el período 1976 – 1994 que la elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al salario es  $-1,43$  en el largo plazo y la elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al valor agregado es 1,05. Vivas, Farné y Urbano (1998) utilizan la metodología de cointegración planteada por Johansen para estimar elasticidades de largo plazo de la demanda de trabajo con respecto al salario y el producto, esto para la industria y el comercio en el período 1984 – 1996. Para la industria, la elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al salario es  $-0,71$  y con respecto al producto es 1,10. Al respecto del sector comercio, los autores encuentran una elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al salario y al producto de  $-0,37$  y 0,70, respectivamente. Farné y Nupia (1999) analizan varios sectores de la economía a partir de información de la Encuesta Nacional de Hogares y la Muestra Mensual Manufacturera en el período 1984 – 1997, los autores encuentran para la industria una elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al producto de 0,26 y con respecto al salario de  $-0,38$ , esto introduciendo en la especificación el costo del capital. Arango y Rojas (2003) analizan el período 1977 – 1999 con datos de la Encuesta Anual Manufacturera con la metodología de datos de panel, los autores encuentran que la elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al salario es  $-0,33$  y la elasticidad del trabajo con respecto al producto es 0,8. Isaza y Meza (2004) a través de la metodología de corrección de errores estimaron que la elasticidad de corto plazo del trabajo calificado con respecto al producto es 0,34, mientras que esta misma elasticidad en el empleo no calificado es 0,11, esto para el período 1984 – 2000. Al respecto de las elasticidades de la demanda de trabajo con respecto al salario en el corto plazo, los valores estimados fueron  $-0,04$  y  $-0,11$  para el empleo calificado y no calificado, respectivamente. Para la estimación de las elasticidades de largo plazo, estos autores especificaron una función de demanda de trabajo translogarítmica en la cual excluyeron el costo del capital por no aparecer estadísticamente significativo, las elasticidades estimadas a partir de esta especificación son 0,60 para la elasticidad de la demanda de trabajo no calificado con respecto al producto, y  $-0,53$  para la elasticidad de la demanda de trabajo no calificado con respecto al salario, estos valores son los encontrados introduciendo una variable ficticia que capture la crisis que evidenció la economía colombiana a finales de la década de los 90's. Para el trabajo calificado no se encontró evidencia estadística que respaldara

el modelo con la introducción de los cambios estructurales que evidenció la economía colombiana en la década de los 90's, bajo la especificación sin dichos cambios se encontró una elasticidad de la demanda de trabajo calificado con respecto al producto igual a 1,65, y con respecto al salario igual a  $-0,52$ .

En general se encuentra que la elasticidad del trabajo calificado con respecto al producto es superior comparada con la que se obtiene para el trabajo no calificado, pero cuando el análisis se fundamenta en la elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al salario, se encuentra que en valor absoluto la elasticidad asociada al trabajo no calificado es mayor comparada con la evidenciada para el trabajo calificado. Con respecto a la elasticidad de sustitución sólo se encontró un valor de referencia igual a 0,93, lo cual implica que los insumos productivos son sustitutos, pero esta relación necesariamente se presenta en una especificación que sólo incluya dos factores productivos, fenómeno que se relaja cuando en la especificación se incluyen más factores de producción. En general son pocos los estudios que involucran simultáneamente tres factores productivos: trabajo calificado, trabajo no calificado y capital. Además la especificación translogarítmica es una forma funcional bastante flexible que permite deducir elasticidades que varían en el tiempo, algo que desde el punto de vista teórico y empírico es plausible. A continuación se expone brevemente la metodología que fue utilizada para construir las series estadísticas para realizar los ejercicios econométricos.

## **I. Información estadística**

El período objeto de análisis es 1994 – 2005, la información tiene frecuencia trimestral. La construcción de la función translogarítmica para la economía colombiana requirió de datos relativos al stock de capital, y a los ingresos del conjunto de trabajadores calificados y no calificados.

A partir de la Encuesta Nacional de Hogares y la Encuesta Continua de Hogares se obtienen los datos de remuneración trimestral al trabajo calificado y no calificado, la cual se construye tomando en consideración información pertinente del número de ocupados e ingreso medio mensual con salarios de pleno costo, es decir, las remuneraciones a los



trabajadores involucran el factor de carga sobre prestaciones sociales en las cuales incurren los empleadores. La base de datos corresponde a las siete principales áreas metropolitanas del país y se incluye sector público y privado. Dado el objetivo de construir series a nivel nacional se supone que la remuneración nacional al trabajo tiene la misma participación trimestral y de nivel de calificación que la remuneración al trabajo de las siete áreas metropolitanas. Así, los valores corrientes de remuneración a los asalariados que proveen las cuentas nacionales del DANE en las matrices de utilización del producto –dato anual para el total nacional– se distribuyen por trimestre y tipo de trabajo de acuerdo con las participaciones de las siete áreas metropolitanas.

La construcción del capital toma en consideración la proporción no depreciada de éste desde el año 1925, tomando para tal efecto una tasa de depreciación ponderada del 8,24% (Pombo, 1999). A partir de 1994 se obtiene la evolución del stock de capital trimestral sumando al stock de capital de la economía la inversión trimestral ajustado por variación de existencias, puesto que la información de cuentas nacionales trimestral no realiza la discriminación entre formación bruta de capital y variación de existencias, y restando la respectiva depreciación. Para obtener la remuneración del capital, se utiliza la información del costo de uso de éste (Botero, Palacio y Ramírez, 2007), la cual toma en consideración los efectos de la tasa de interés real, las diversas tasas tributarias implícitas en el análisis, el índice de precios al productor de formación de capital y los descuentos fiscales por depreciación.

## II. Marco econométrico

Dado el objetivo de estimar diversas elasticidades de la demanda de trabajo calificado, trabajo no calificado y capital en la economía colombiana, se especificó una forma funcional translogarítmica:

$$w_{it} = \alpha_i + \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \ln p_{jt} + \beta_i \ln \left( \frac{X_t}{P_t} \right) + \mu_{it}$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$



Donde se establece la participación del gasto del factor productivo  $i$ -ésimo ( $w$ ) en función de los precios de los diversos factores ( $p$ ) y el gasto real destinado a éstos ( $X/P$ ). Además se introduce la perturbación estocástica ( $\mu$ ).

El índice general de precios ( $P$ ) tiene la siguiente representación:

$$\ln P_t = a_0 + \sum_{j=1}^N a_j \ln p_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{ij} \ln p_i \ln p_j$$

Dada la configuración no lineal de este índice se suele reemplazar por el índice de precios de Stone:

$$\ln P_t^S = \sum_{i=1}^N w_{it} \ln P_{it}$$

Desafortunadamente para muchos estudios realizados, Moschini (1995) demostró que las estimaciones de los parámetros que se obtienen a partir de la utilización del índice de Stone son sesgadas, puesto que éste no es invariable a las unidades de medida. Para solucionar este inconveniente es necesario acudir a algunas de las siguientes alternativas: la primera es realizar la estimación no lineal del modelo a través de Máxima Verosimilitud (MV), y la segunda es utilizar índices de precios que sean invariables ante cambios en la unidad de medida, tales como: Paasche o Laspeyres, los cuales tienen las siguientes configuraciones, respectivamente.

$$\ln P_t^P = \sum_{i=1}^N w_{it} \ln \left( \frac{p_{it}}{p_i^0} \right)$$

$$\ln P_t^L = \sum_{i=1}^N w_i^0 \ln p_{it}$$

Donde los superíndices establecen períodos de referencia.

Para el presente ejercicio se utilizó este último índice dado que la utilización de estimaciones no lineales implica la estimación de un número significativo de parámetros y la consiguiente pérdida de grados de libertad, lo cual no es propicio dado el reducido número de observaciones con el cual se cuenta.

Se debe tener presente que la teoría microeconómica impone una serie de restricciones sobre los parámetros del modelo. Estas restricciones obedecen a los criterios de aditividad, homogeneidad y simetría, las cuales se muestran a continuación en su orden respectivo.

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \sum_{i=1}^N \gamma_{ij} = 0 \quad y \quad \sum_{i=1}^N \beta_i = 0$$

$$\sum_{j=1}^N \gamma_{ij} = 0$$

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

Otro de los aspectos a ser considerado es la presencia de tendencias en las series estadísticas con las cuales se realizará el ejercicio econométrico. No tomar en consideración dicho fenómeno ocasionará el problema de regresiones espurias en el análisis. Serena (1997) estableció que la presencia de tendencias determinísticas en los datos se puede tratar introduciendo factores que capturen el crecimiento inercial de la producción de una economía o a través de polinomios tendencias de diversos grados.

$$w_{it} = \alpha_i + \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \ln p_{jt} + \beta_i \ln \left( \frac{X_t}{A_t P_t} \right)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

Donde A incorpora el crecimiento inercial de la producción.

Por otra parte, la presencia de tendencias estocásticas en el análisis debe ser tratado aplicando el procedimiento de cointegración planteado por Engle y Granger (1987), siempre y cuando todas las series en consideración sean integradas del mismo orden.

$$\Delta w_{it} = \sum_{j=1}^N \delta_{ij} \Delta w_{jt-1} + \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \Delta \ln p_{jt} + \beta_i \Delta \ln \left( \frac{X_t}{P_t} \right) + \lambda \hat{e}_{it-1} + \mu_{it}$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

Donde delta establece las diferencias de orden uno de las respectivas variables, lo cual implica que se ha asumido que las series en consideración son  $I(1)$ , y  $\hat{e}$  es el vector de cointegración, el cual está rezagado un período y recoge la relación de equilibrio entre variables no estacionarias. Finalmente,  $\mu$  es la respectiva perturbación estocástica.

Cuando las series en cuestión son integradas de diverso orden se debe acudir a procedimientos alternativos. Asche y Roheim (2002), plantean que si las series de participaciones son estacionarias, pero los precios no presentan dicha característica es necesario determinar si los precios están cointegrados; bajo esta circunstancia se puede acudir a procedimientos estándar para estimar las funciones translogarítmicas.

Por construcción se tiene que la sumatoria de las diferencias de las participaciones es cero, lo cual implica que el modelo es singular, luego una de las columnas de la matriz debe ser borrada para efectos de estimación.

A partir de la especificación propuesta se pueden obtener las diversas elasticidades de la demanda.

La elasticidad gasto de la demanda es  $\eta_{it} = 1 + \frac{\beta_i}{m}$

Las elasticidades precio de la demanda son  $\varepsilon_{ijt}^M = -I_A + \frac{\gamma_{ij}}{w_{it}} - \beta_i \frac{w_{jt}}{w_{it}}$

Donde  $I_A$  es un marcador que es igual a 1, si  $i = j$ , o igual a 0, si  $i \neq j$ .

Las elasticidades de sustitución son  $\sigma_{ij} = 1 + \frac{\gamma_{ij}}{w_i w_j}$ ,  $ij \neq$

Un punto relevante en el análisis es la significancia estadística de las elasticidades estimadas, las cuales se deben tratar con especial atención, puesto que son funciones de los parámetros estimados. Para calcular las desviaciones estándar de éstas se recurrirá al método delta, el cual establece la varianza de funciones de parámetros a partir del valor esperado de expansiones de Taylor de primer orden. Finalmente, las varianzas de las funciones quedan expresadas en términos de las varianzas y covarianzas de los parámetros originales.

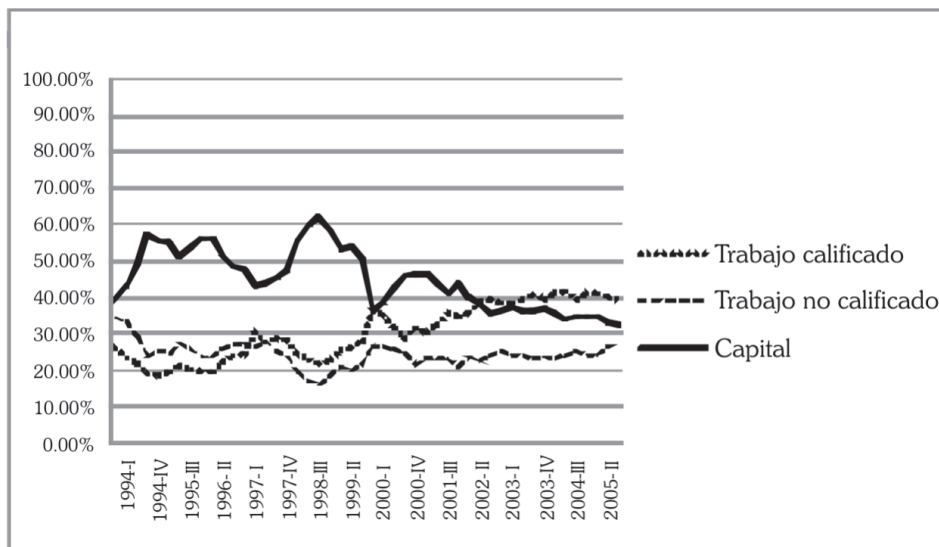
$$Var_{\Theta} f(Z) = \sum_{i=1}^k (f'_i(\Theta))^2 Var_{\Theta} Z_i + 2 \sum_{i>j} f'_i(\Theta) f'_j(\Theta) Cov_{\Theta}(Z_i, Z_j)$$

Donde  $Z$  es el vector de argumentos de la función, es decir, los parámetros estimados, las primas en las funciones denotan las derivadas parciales de éstas con respecto a cada uno de los parámetros involucrados en el análisis, y  $\theta$  es el vector específico en el cual se evalúa la función.

En el gráfico 2 se observa como las participaciones del trabajo no calificado y el capital han perdido peso al interior del proceso productivo de la economía colombiana en el período objeto de estudio en contraposición a lo evidenciado con el trabajo calificado, el cual ha aumentado su participación. Al respecto de las propiedades estadísticas de las series en cuestión éstas aparentemente son procesos estacionarios, pero estas conjeturas deberán ser contrastadas formalmente a través de la prueba de raíces unitarias.

### Gráfico 2.

Participación de los Insumos Productivos: Trabajo Calificado, Trabajo no Calificado y Capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

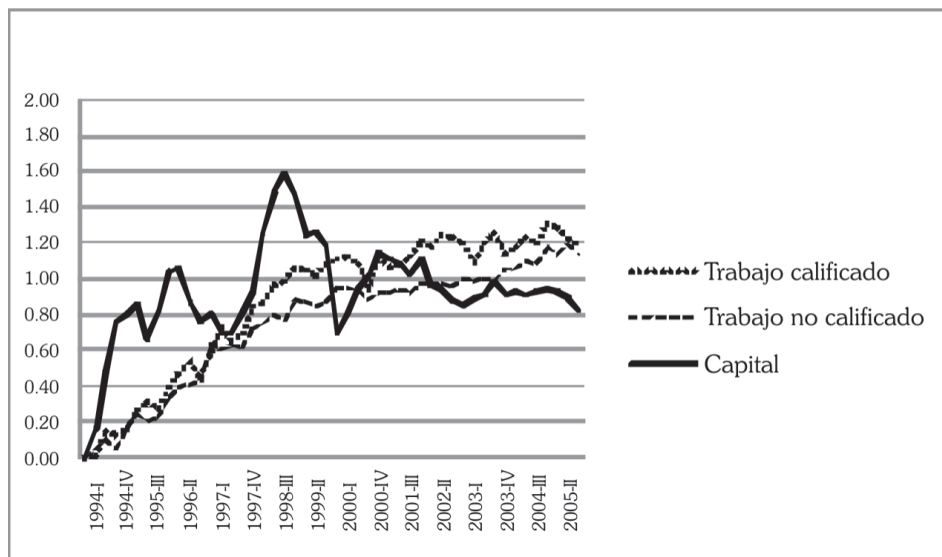


Fuente. Cálculos propios a partir de información obtenida en el DANE.

Al respecto de los precios de los insumos productivos en la economía colombiana, se observa como el precio del trabajo ha presentado una tendencia creciente, mientras que el precio del capital ha permanecido un poco más estable con ciertos periodos en los cuales se registran sobresaltos significativos (ver gráfico 3). Al parecer las series en consideración son variables no estacionarios, pero esta hipótesis debe ser contrastada formalmente.

### Gráfico 3.

Logaritmo de los Precios de los Insumos Productivos: Trabajo Calificado, Trabajo no Calificado y Capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

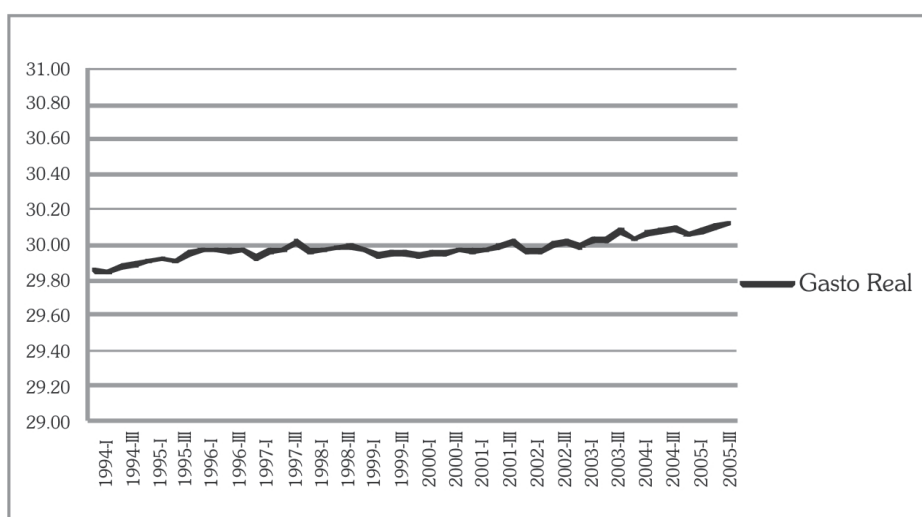


Fuente. Cálculos propios a partir de información obtenida en el DANE.

Finalmente, el gráfico 4 muestra la evolución del gasto real de la economía colombiana en los factores productivos objeto de estudio. Se evidencia un comportamiento relativamente estable, lo cual arroja indicios sobre la posible estacionariedad de esta variable.

#### Gráfico 4.

Logaritmo del Gasto Real: Colombia, 1994: I – 2005: IV.



Fuente. Cálculos propios a partir de información obtenida en el DANE.

A continuación se muestran los resultados de las pruebas de raíces unitarias, específicamente se aplicó la prueba KPSS, la cual tiene como hipótesis nula que la variable en consideración es débilmente estacionario (ver tabla 1).

**Tabla 1.**

Prueba de raíz unitaria (KPSS): participaciones, precios y gasto real asociados al trabajo calificado, el trabajo no calificado y el capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

Variable	Valor estadístico	Valor crítico (5% significancia)
Participación trabajo calificado	0,079	0,146
Participación trabajo no calificado	0,265	0,463
Participación capital	0,126	0,146
Logaritmo gasto real	0,126	0,146
Logaritmo precio trabajo calificado	0,229	0,146
Logaritmo precio no trabajo calificado	0,218	0,146
Logaritmo precio capital	0,183	0,146
Diferencia logaritmo precio trabajo calificado	0,067	0,146
Diferencia logaritmo precio no trabajo calificado	0,145	0,146
Diferencia logaritmo precio capital	0,078	0,146

Fuente. Cálculos propios.

Como se observa en la tabla 1, las participaciones de los factores productivos y el gasto real son variables estacionarias, pero los precios son variables integradas de orden uno, luego es necesario tomar en consideración este hecho con el ánimo de no incurrir en problemas de regresiones espurias; para tal efecto se realizó la prueba de cointegración de Johansen dado el objetivo de identificar si la combinación lineal de los precios es una variable estacionaria; de encontrarse evidencia a favor de dicha hipótesis, se procederá a estimar las funciones translogarítmicas a través de ecuaciones simultaneas por el método de Mínimos Cuadrados en tres etapas (Asche & Roheim, 2002).

En la tabla 2 se enseñan los resultados de la prueba de cointegración, la cual fue llevada a cabo a través del test de máximo valor propio y el test de traza. La especificación implícita del modelo de corrección de errores es sin rezagos (ver anexo, tabla A1), además toma en consideración variables ficticias ortogonales, las cuales capturan la estacionalidad de las series estadísticas en cuestión, puesto que éstas tienen frecuencia trimestral. El vector de cointegración no tiene intercepto ni tendencia (ver anexo, tabla A2).

**Tabla 2.**

Prueba de cointegración (Johansen) del vector de precios: Trabajo Calificado, Trabajo no Calificado y Capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

No. Vectores Cointegración	Estadístico Traza	Valor Crítico (5% significancia)	Estadístico Máximo Valor Propio	Valor Crítico (5% significancia)
0	35,50	24,27	25,86	17,79
1	9,63	12,32	8,87	11,22
2	0,76	4,12	0,76	4,12

Fuente. Cálculos propios.

Como se evidencia en la tabla 2, las pruebas indican la presencia de un vector de cointegración entre los precios de los insumos productivos, lo cual indica que la combinación lineal de éstos es estacionaria. Además la especificación del modelo de corrección de errores cumple con los supuestos convencionales (ver anexo, tablas A3 y A4).



Dado que los precios son tratados como variables exógenas en la especificación translogarítmica, se procedió a realizar las pruebas de exogeneidad correspondientes a través del test de Hausman. Específicamente se realizaron las pruebas para las ecuaciones de la participación del trabajo calificado y el capital, puesto que el trabajo no calificado se debe omitir del sistema de ecuaciones para evitar el problema de singularidad. Las pruebas indican que para la ecuación de participación del trabajo calificado hay problemas de endogeneidad con el precio del capital, lo cual se solucionó tomando como instrumento para dicha variable el valor rezagado de ésta, por otra parte, la ecuación de participación del capital presenta endogeneidad con el precio del trabajo no calificado, luego se tomó como instrumento el valor rezagado de éste (ver anexo, tablas A5 y A6).

Finalmente, se estimó el sistema de ecuaciones a través de Mínimos Cuadrados en tres etapas, puesto que este es el método apropiado cuando hay presencia de correlación entre las variables del lado derecho del sistema y las perturbaciones estocásticas del mismo. En la especificación se introdujeron variables ficticias con el ánimo de capturar efectos estacionales, además del componente tendencial. Se debe tener presente que en la estimación se introdujo la restricción de simetría, puesto que dicha hipótesis no fue rechazada en el modelo sin restringir (ver anexo, tabla A7). Los resultados se muestran en la tabla 4 (los residuales obtenidos son estacionarios y están normalmente distribuidos, ver anexo, tablas A8 y A9).

**Tabla 3.**

Sistema de ecuaciones translogarítmico: participación del trabajo calificado y participación del capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

Variable	Trabajo calificado		Capital	
	Coefficiente	Desviación Estándar	Coefficiente	Desviación Estándar
Intercepto	-7,5055	1,6281	7,3450	1,0163
Logaritmo precio trabajo calificado	0,2562	0,0261	-0,1706	0,0102
Logaritmo precio trabajo no calificado	-0,1406	0,0273	0,0473	0,0143
Logaritmo precio capital	-0,1706	0,0102	0,2708	0,0052
Logaritmo gasto real	0,2602	0,0545	-0,2328	0,0340
Tendencia	0,0017	0,0004	-0,0018	0,0002
D1	0,0099	0,0039	-0,0057	0,0027
D2	0,0075	0,0037	-0,0036*	0,0026
D3	0,0014*	0,0035	-0,0015*	0,0025
Coefficiente de determinación	98,8%		99,44%	

\* No significativas al 5%.

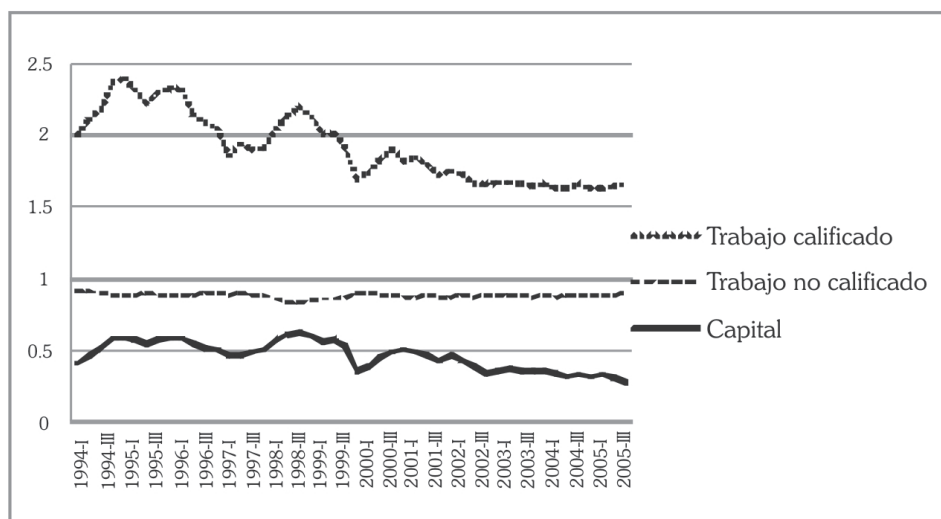
Fuente. Cálculos propios.

Como se observa en la tabla anterior todas las variables en consideración son estadísticamente significativas al 5% a excepción de la variable ficticia del tercer trimestre en la ecuación de participación tanto del trabajo calificado como del capital, y la variable ficticia del segundo trimestre en la ecuación de participación del capital; estas variables se dejaron en la especificación con el objetivo de ser consistente con el modelo de corrección de errores que se planteó para el análisis de cointegración de los precios.

A partir de los coeficientes estimados, tomando en consideración las diversas formulas para el cálculo de las elasticidades de la demanda y dadas las restricciones de aditividad, se obtuvieron las elasticidades estimadas. Se debe tener presente que para el cálculo de las desviaciones estándar asociadas a las diferentes elasticidades se utilizó el método delta.

En el gráfico 5 se enseñan las elasticidades gasto de la demanda asociadas al trabajo calificado, trabajo no calificado y capital. Como se evidencia, el trabajo calificado es bastante sensible al gasto (producción), lo cual indicaría que en los períodos de expansión económica la fuerza de trabajo calificada será el insumo productivo de mayor demanda relativa (fenómeno que es consistente con la evidencia empírica hallada hasta el momento), en tanto que las decisiones de inversión de los agentes productores son menos sensibles a la evolución económica, puesto que dichas decisiones implican costos hundidos que entrañan grandes compromisos financieros, los cuales se evalúan a través de flujo de caja, el cual depende tanto de la posición actual de la economía como las expectativas que se tengan sobre la evolución futura. En términos generales, los costos laborales involucran menores recursos y son más flexibles, fenómenos que no son evidentes en los costos asociados al capital.

**Gráfico 5.**  
Elasticidad gasto de la demanda: Trabajo Calificado, Trabajo no Calificado y Capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.



Fuente. Cálculos propios.

**Tabla 4.**  
Promedio elasticidad gasto de la demanda: trabajo calificado, trabajo no calificado y capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

Trabajo calificado	Trabajo no calificado	Capital
1,9 (0,19)	0,88 (0,07)	0,46 (0,23)

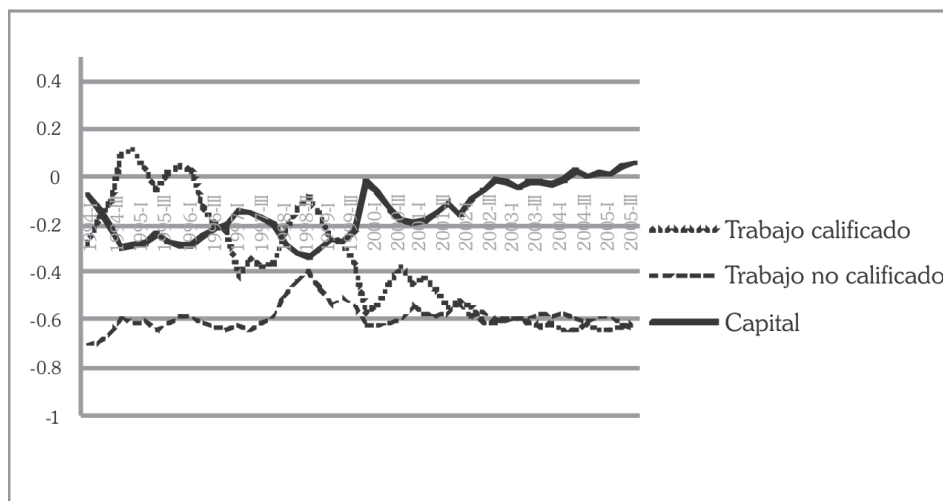
Desviación estándar entre paréntesis

Fuente. Cálculos propios.

En el gráfico 6 se muestran las elasticidades precio propias de la demanda de factores productivos, se observa que el valor absoluto promedio de la elasticidad asociada al trabajo no calificado es superior, lo cual es congruente con el hecho que dicho trabajo es más flexible y consistente con la evidencia empírica, en tanto, el valor absoluto promedio de la elasticidad propia del capital es la menor dada la rigidez que presenta dicho insumo productivo.

**Gráfico 6.**

Elasticidad precio propia de la demanda: Trabajo Calificado, Trabajo no Calificado y Capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.



Nota. En los periodos en los cuales las elasticidades del trabajo calificado y el capital toman valores positivos, estas elasticidades no son estadísticamente diferentes de cero.  
Fuente. Cálculos propios.

**Tabla 5.**

Promedio elasticidad precio propia de la demanda: trabajo calificado, trabajo no calificado y capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

Trabajo calificado	Trabajo no calificado	Capital
-0,36 (0,07)	-0,58 (0,13)	-0,14 (0,03)

Desviación estándar entre paréntesis

Fuente. Cálculos propios.

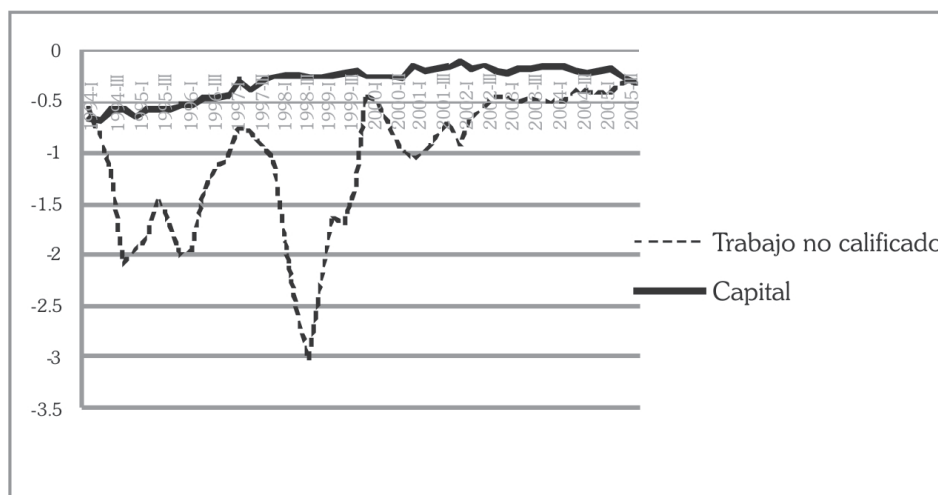
Al respecto de las elasticidades parciales de sustitución entre los diferentes factores productivos, se debe anotar que por el incumplimiento de la propiedad de homogeneidad de grado cero en los precios, no se cumple la simetría en las elasticidades vinculadas al trabajo no calificado, sin embargo, dicha propiedad si está presente en la elasticidad de sustitución entre el trabajo calificado y el capital. Posiblemente, el

incumplimiento de la homogeneidad obedezca a que las decisiones de inversión involucran costos hundidos y compromisos financieros de mediano y largo plazo, luego al evidenciarse cambios proporcionales en todos los precios de los factores productivos, las participaciones en el gasto de los factores productivos se ven modificadas.

Como se puede concluir a partir de los gráficos 7, 8 y 9 hay una relación de complementariedad entre el trabajo calificado y los otros dos factores productivos, pero claramente se ve una relación de sustitución entre el capital y el trabajo no calificado, es más, dada la asimetría asociada al trabajo no calificado se observa como en promedio ante un incremento relativo del precio del trabajo no calificado con respecto al capital de 1%, la intensidad relativa del capital en el proceso productivo se incrementa un 1,44% (ver tabla 8). Por el contrario cuando el precio relativo del capital con respecto al trabajo no calificado se incrementa un 1%, la intensidad relativa del trabajo no calificado con respecto al capital sólo se incrementa un 0,05% (ver tabla 7).

### Gráfico 7.

Elasticidad de sustitución trabajo calificado: Trabajo no Calificado y Capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.



Fuente. Cálculos propios.

**Tabla 6.**

Promedio elasticidad de sustitución del trabajo calificado: trabajo no calificado y capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

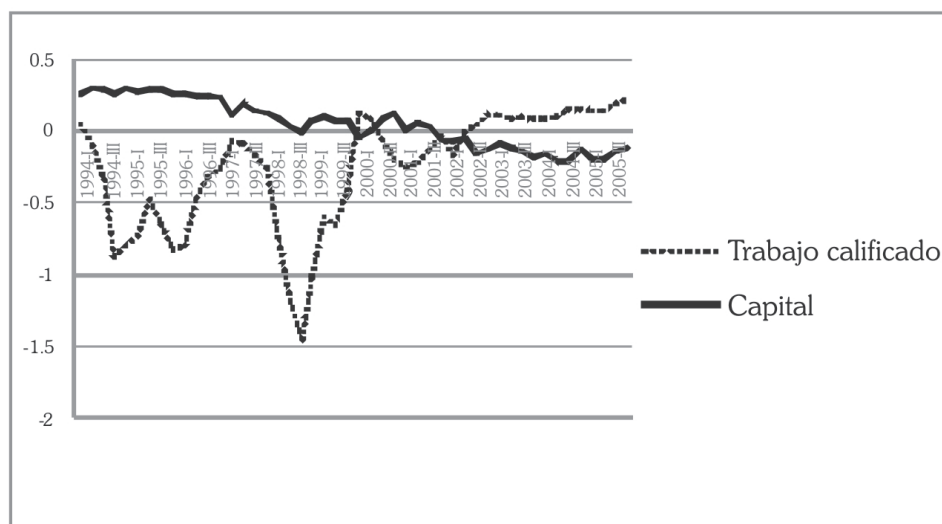
Trabajo no calificado	Capital
-1,06 (0,17)	-0,31 (0,01)

Desviación estándar entre paréntesis

Fuente. Cálculos propios.

**Gráfico 8.**

Elasticidad de sustitución trabajo no calificado: Trabajo Calificado y Capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.



Fuente. Cálculos propios.

**Tabla 7.**

Promedio elasticidad de sustitución del trabajo no calificado: trabajo calificado y capital, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

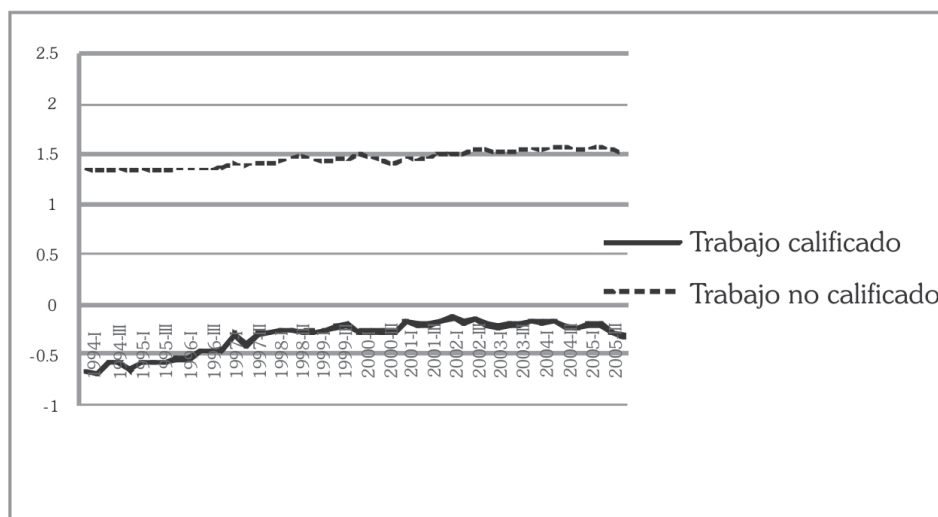
Trabajo calificado	Capital
-0,25 (0,18)	0,05 (0,01)

Desviación estándar entre paréntesis

Fuente. Cálculos propios.

### Gráfico 9.

Elasticidad de sustitución capital: Trabajo Calificado y Trabajo no Calificado, Colombia, 1994: I – 2005: IV.



Fuente. Cálculos propios.

### Tabla 8.

Promedio elasticidad de sustitución del capital: trabajo calificado y trabajo no calificado, Colombia, 1994: I – 2005: IV.

Trabajo calificado	Trabajo no calificado
-0,31 (0,01)	1,44 (0,02)

Desviación estándar entre paréntesis

Fuente. Cálculos propios.

### Conclusiones

En general se puede evidenciar que a partir de los primeros años de la presente década, la fuerza de trabajo calificada ha ganado participación en el gasto realizado en factores productivos, pese a que su nivel de precios reales ha presentado una tendencia creciente. Este incremento en participación ha sido en detrimento de la participación del trabajo no calificado y el capital; donde básicamente la reducción



de la participación del trabajo no calificado se ha fundamentado en una reducción relativa de las cantidades demandadas del factor, puesto que su precio se ha incrementado significativamente. Este último punto se explica formalmente al observar que el valor absoluto de la elasticidad precio propia de la demanda del trabajo no calificado es la mayor.

Al respecto de la elasticidad gasto de la demanda de los factores productivos se observa que estos son bienes normales, resaltando que la fuerza de trabajo calificada es un bien de lujo, es decir, la evidencia empírica determina que ante expansiones económicas, la fuerza de trabajo calificada es la que obtiene los mayores beneficios, en tanto que dada la rigidez de las decisiones de inversión, la elasticidad gasto de la demanda del capital es la menor.

Finalmente se destaca que el trabajo calificado presenta una relación de complementariedad con los otros dos factores productivos, pero que se evidencia una relación de sustitución asimétrica entre el capital y el trabajo no calificado con la particularidad que la respuesta asimétrica es en detrimento del trabajo no calificado.

Se debe tener presente que las conclusiones aquí esbozadas son para el período objeto de estudio, puesto que por el reducido tamaño de la muestra (48 trimestres), no se debe en principio extrapolar los resultados a otros períodos de análisis.

La evidencia encontrada explica en gran medida el poco descenso que ha experimentado la tasa de desempleo en la economía colombiana dadas las altas tasa de crecimiento en el Producto Interno Bruto que se han presentado en los últimos años. Tal parece que hay un proceso de sustitución en el proceso productivo que está asociado al abaratamiento que se ha evidenciado en el capital, fenómeno que encuentra su explicación en tres factores (Botero, Palacio y Ramírez, 2007): la apreciación que ha evidenciado el peso colombiano frente al dólar, la reducción en la tasa de interés real y las reformas tributarias que abaratan enormemente la adquisición de capital por los descuentos sobre depreciación que permite la ley para el pago de impuestos sobre la renta. Por otra parte, el factor de sobre costo por carga asociada a prestaciones sociales ha implicado un encarecimiento de la fuerza de trabajo. Estos dos factores unidos al carácter de sustitubilidad entre

el trabajo no calificado y el capital explican en gran medida el poco descenso que experimenta la tasa de desempleo y el crecimiento que se ha evidenciado en el subempleo. El interrogante que surge ahora es el siguiente: ¿Es sensato tener un buen crecimiento económico, el cual se fundamenta en inversión privada, pero que implica una reducción bastante lenta en la tasa de desempleo? ó ¿Un crecimiento económico que se fundamente en fuerza de trabajo no calificado, pero que no esté acorde a las exigencias tecnológicas implícitas en los procesos de apertura económica? La respuesta a este interrogante debe ser objeto de futuras investigaciones que se fundamenten en un marco teórico y formal que se establezca sobre bases firmes en un contexto dinámico, y no en argumentos intuitivos sin ninguna fundamentación.

## **Bibliografía**

- Arango, Carlos y Rojas, Ángela M. (2003): “Demanda laboral en el sector manufacturero colombiano: 1977-1999”. Borradores de Economía N.247. Bogotá, D.C., Banco de La República.
- Asche, Frank y Roheim, Cathy. (2002): “Demand equations with some nonstationary variables: the demand for farmed and wild salmon in Japan” Institution for research in economics and business administration, Bergen. Working paper No. 29/02, June.
- Botero, Jesús; Ramírez, Andrés y Palacio, Juan (2007): El costo de uso del capital y la inversión en Colombia, 1990 – 2007. Revista Ecos de Economía, No. 25, Octubre.
- Cárdenas, Mauricio; Bernal, Raquel y Gutiérrez, Catalina (1998): Demanda de trabajo, impuestos a la nómina y desempleo en Colombia. Bogotá, Fedesarrollo.
- Engle, R. y Granger, C. (1987). “Co – integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing”. *Econometrica*, Vol. 55, pgs 251 – 276.
- Farné, Stefano y Nupía, Oscar (1999): “Costos laborales, productividad, competitividad y empleo”. En: Organización Internacional del Trabajo –Equipo Técnico Multidisciplinario para los Países Andinos- Empleo. Un desafío para Colombia, Capítulo 5. Lima, OIT.
- Isaza, Jairo y Meza, Carlos (2004): “Vectores Autorregresivos, cointegración y cambios estructurales: un análisis para la demanda de trabajo en Colombia”. Colección Investigaciones en Curso No.4. Universidad de La Salle, Área de Ciencias Económicas, Administrativas y Contables. Bogotá, D.C., Universidad de La Salle, Noviembre.
- Moschini, G. (1995). “Units of Measurement and the Stone Index in Demand System Estimation”. *American Journal of Agriculture Economic*, Vol. 77, pgs 63 – 68.

- Pombo, Carlos (1999): "Productividad industrial en Colombia: Una aplicación de números índices". Revista de economía de la Universidad del Rosario, Junio.
- Roberts, Mark y Skoufias, Emmanuel (1997): "The Long-Run Demand for Skilled and Unskilled Labor in Colombian Manufacturing Plants". The Review of Economics and Statistics Vol. LXXIX Number 2. Published for Harvard University by The MIT Press: 330-334.
- Serena, N. (1997). "Accounting for Trends in the Almost Ideal Demand System". Boston College, Department of Economics.
- Vivas, Alejandro; Farné, Stefano y Urbano, Dagoberto (1998): "Estimaciones de Funciones de Demanda de Trabajo Dinámicas para la Economía Colombiana". En: Archivos de Economía No.92. Bogotá, Departamento Nacional de Planeación, Julio.
- Zerda, Álvaro (1997): "Diagnóstico y perspectivas del empleo industrial". Multicopiado, Octubre.

### Anexo Tabla A1.

Criterios de información para la selección del número de rezagos del modelo de corrección de errores: LR test, Final Prediction Error, Akaike Information Criterion, Schwarz Information Criterion y Hannan – Quinn.

Rezago	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	63.80706	NA	1.91e-05	-2.354866	-1.868269	-2.174413
1	189.8004	211.8980*	9.42e-08*	-7.672748*	-6.821203*	-7.356954*
2	196.6655	10.60966	1.05e-07	-7.575706	-6.359213	-7.124571
3	205.0077	11.75490	1.12e-07	-7.545805	-5.964364	-6.959330
4	206.0269	1.297122	1.69e-07	-7.183040	-5.236651	-6.461225

### Tabla A2.

Criterios de información para la selección de la especificación del modelo de corrección de errores: Schwarz Information Criterion.

Tendencia:	Ninguna	Ninguna	Lineal	Lineal	Cuadrática
Rango	No Intercepto	Intercepto	Intercepto	Intercepto	Intercepto
	No Tendencia	No Tendencia	No Tendencia	Tendencia	Tendencia
0	-7.558889	-7.558889	-7.384919	-7.384919	-7.367798
1	-7.617745*	-7.536348	-7.434433	-7.355277	-7.358222
2	-7.315007	-7.285857	-7.263607	-7.103437	-7.099901
3	-6.839822	-6.883296	-6.883296	-6.694367	-6.694367

### Tabla A3.

Prueba de autocorrelación del modelo de corrección de errores (LM).

Rezagos	LM	Probabilidad
1	11.27023	0.2576
2	6.554319	0.6834
3	12.30986	0.1964

---

4	6.883145	0.6493
5	2.300267	0.9858
6	8.677838	0.4675
7	12.44293	0.1895
8	7.608573	0.5740

---

**Tabla A4.**

Prueba de normalidad del modelo de corrección de errores (JB).

Componente	Jarque-Bera	g.l	Probabilidad.
1	1.098499	2	0.5774
2	2.948508	2	0.2289
3	0.967042	2	0.6166
Conjunta	5.014049	6	0.5420

---

**Tabla A5.**

Prueba de Hausman: ecuación de participación del trabajo calificado.

Variable	Coeficiente	Error St.	Estadístico t
C	-8.196273	2.430634	-3.372072
LIPC	0.362742	0.106115	3.418389
LIPN	-0.283318	0.123653	-2.291226
LIPK	-0.173737	0.014845	-11.70341
LGR	0.283538	0.081500	3.478978
T	0.002196	0.000462	4.748996
D1	0.005075	0.006205	0.817921
D2	0.007233	0.004028	1.795469
D3	0.000669	0.003974	0.168433
RES_LIPC	-0.043007	0.076558	-0.561758
RES_LIPN	0.144505	0.104862	1.378042
RES_LIPK	0.026277	0.013463	1.951801

---

**Tabla A6.**

Prueba de Hausman: ecuación de participación del capital.

Variable	Coeficiente	Error St.	Estadístico t
C	8.091515	1.707328	4.739285
LIPC	-0.256183	0.074537	-3.436969
LIPN	0.145763	0.086857	1.678202
LIPK	0.281434	0.010427	26.98975
LGR	-0.258228	0.057248	-4.510724
T	-0.001885	0.000325	-5.803984
D1	0.003937	0.004358	0.903228
D2	-0.000663	0.002830	-0.234414
D3	0.001562	0.002791	0.559690
RES_LIPC	0.014049	0.053776	0.261245
RES_LIPN	-0.183862	0.073658	-2.496177
RES_LIPK	-0.010206	0.009457	-1.079192

**Tabla A7.**

Prueba simetría (Wald): sistema de ecuaciones de la participación del trabajo calificado y la participación del capital.

Estadístico	Valor	g.l.	Probabilidad
Chi-cuadrado	0.106650	1	0.7440

**Tabla A8.**

Prueba de raíces unitarias sobre los residuales (KPSS): sistema de ecuaciones de la participación del trabajo calificado y la participación del capital.

Variable	Valor estadístico	Valor crítico (5% significancia)
Residuales participación trabajo calificado	0,070	0,463
Residuales participación capital	0,090	0,463

**Tabla A9.**

Prueba de normalidad sobre los residuales (JB): sistema de ecuaciones de la participación del trabajo calificado y la participación del capital.

Variable	Valor estadístico	Probabilidad
Residuales participación trabajo calificado	1,92	0,38
Residuales participación capital	0,08	0,96



**Tabla A10.** Tabla resumen elasticidades otros trabajos

Autor	Sector	Periodo	Elasticidad Ingreso						Elasticidad Precio						Metodología							
			Trabajo calificado			Trabajo no calificado			Total			Trabajo calificado				Trabajo no calificado			Total			
			LP	CP		LP	CP		LP	CP		LP	CP			LP	CP		LP	CP		
Zerda Sarmiento, Alvaro (1997)	Industria	1974 – 1996																		0,026	Ajuste Parcial	
	Industria	1981-1997	-0,423			-0,650						0,894			0,755							Datos de panel con variables instrumentales
Cárdenas, Mauricio; Bernal, Raquel y Gutiérrez, Catalina (1998)	Secundario y terciario urbano (7 áreas)	1986-1991 ENH	-0,507			-0,461						1,714			0,975						Ajuste Parcial	
		1992 – 1996 MMM	-0,445			-0,515						1,839			0,966							
	Industria	1978-1991	-2,270			-1,430						-0,050			1,050						Panel de datos	
	Industria	1984 – 1996 (EAM)							-0,715		-0,380							1,101		1,330	Cointegración	
		1984 – 1996 (ENH)							-0,150									1,160				
	Comercio	1984 – 1996 (ENH)							-0,373									0,707				
	Industria	1984 – 1997 (MMM)							-0,380									0,260			Cointegración	
		1984 – 1997 (ENH)				-0,160		-0,080						0,960			1,070					
Comercio	1984 – 1997 (ENH)				-0,720		-0,650							1,610			1,580					
	Servicios	1984 – 1997 (ENH)				-0,360		-0,230						0,630			0,880					
Transporte	1984 – 1997 (ENH)	-0,320			-0,270		-0,220				1,780			1,470			1,370					
	Financiero	1984 – 1997 (ENH)				-0,620		0,050						1,570			1,440					
Arango, Carlos y Rojas, Ángela M. (2003)	Industria	1977 – 1999							-0,330								0,800					Panel de datos
	Secundario y terciario urbano	1984 – 2000	-0,524	-0,037	-0,526	-0,106	-0,331	-0,123	1,652	0,343	0,600	0,111	0,771	0,220								Cointegración, VAR, VEC